

Drugi domaći zadatak iz predmeta Linearna algebra 1

Preduslov: Pročitati udžbenik do kraja paragrafa II.7 (to jest, naučiti do zamjene baza)

1. Riješiti sisteme linearnih jednačina:

$$\begin{cases} 2x_2 - 3x_3 - 6x_4 = -1 \\ -3x_1 - 3x_2 + x_4 = 2 \\ -2x_1 - 4x_2 - 3x_3 + 5x_4 = -2 \\ 4x_1 + 4x_2 - 7x_3 = -7 \end{cases}$$
$$\begin{cases} 2x_1 - 4x_2 + 3x_3 - 6x_4 - x_5 = -1 \\ -3x_1 - 3x_2 + x_3 + x_4 - 2x_5 = 0 \\ -2x_1 - 3x_2 - 3x_3 + 6x_4 = -6 \\ x_1 + 4x_2 - 7x_3 - 3x_5 = 2 \end{cases}$$

2. Sljedeće matrice predstaviti kao proizvod matrica elementarnih transformacija:

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & -4 & 2 \\ 0 & 3 & -2 \\ -2 & -2 & 0 \end{pmatrix}.$$

3. Naći vrijednost parametra α za koji je sljedeća matrica singularna:

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 0 & 3 & -2 \\ \alpha & -2 & 0 \end{pmatrix}.$$

4. Da li je operacija množenja kvadratnih matrica komutativna? Objasniti.

Objašnjenje: Neka je A kvadratna matrica. Tada se matrica A može pomnožiti sama sobom, tj. kvadrat matrice se definiše kao: $A^2 = A \cdot A$. Slično, k -ti stepen matrice A se dobija kao proizvod k matrica A : $A^k = A \cdot A \cdots A$.

5. Neka je A kvadratna matrica dimenzija $n \times n$. Neka su svi elementi matrice A na glavnoj dijagonali i iznad nje jednaki nuli. Drugim riječima, neka svi elementi a_{ij} , takvi da $i \leq j$, zadovoljavaju $a_{ij} = 0$.

Tada postoji prirodan broj k , takav da je A^k nula matrica (tj. matrica čiji su svi elementi jednaki nuli). Dokazati.

6. Naći vrijednost parametra α za koji je rang sljedeće matrice manji od 4:

$$\begin{pmatrix} 0 & -4 & 2 & 2 & -3 \\ 0 & 5 & -2 & 5 & 7 \\ 6 & \alpha & -3 & -4 & 5 \\ -2 & -3 & -1 & 4 & 4 \end{pmatrix}.$$